

21.07.2015 г.

1.  $g, h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g, h \notin D(x_0)$ .а)  $f(x) = g(x) * h(x)$ . Можно ли утверждать, что  $f \notin D(x_0)$ .б)  $r(x) = g(h(x))$ . Можно ли утверждать, что  $r \notin D(x_0)$ .2. Найдите предел  $\lim_{\alpha \rightarrow 0} \frac{\sqrt{\cos \alpha} - \sqrt[3]{\cos \alpha}}{\operatorname{tg}^2 \alpha}$ .3. Случайная величина  $X$  задана плотностью распределения

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < -\pi, \\ -\cos x, & -\pi \leq x \leq -\frac{\pi}{2}, \\ 0, & x > -\frac{\pi}{2}. \end{cases}$$

а) Определить вероятность попадания случайной величины  $X$  в интервал  $[-\pi, -\frac{3\pi}{4}]$ .б) Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины  $X$ .

4. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} \dot{x} = y + 2x + 1, \\ \dot{y} = -x - 2y + \sin t. \end{cases}$$

5. Найдите область сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{x^n} \operatorname{tg} \frac{1}{3^n}$ .6. Найдите  $\sqrt{A}$ , где

$$A = \begin{pmatrix} -11 & 30 \\ -10 & 24 \end{pmatrix}.$$

7. Напишите уравнение касательной к кривой  $4x^2 + 9y^2 = 36$ , параллельной прямой  $x + y = 17$ .8. На плоскости  $\mathbb{R}^2$  расположены  $n$  точек  $a_1, \dots, a_n$  и окружность  $S$  радиуса  $R$ . Пусть  $\rho(\cdot, \cdot)$  обозначает стандартное (евклидово) расстояние на  $\mathbb{R}^2$ . Найдите такую наибольшую константу  $C$ , чтобы неравенство

$$\max_{x \in S} \sum_{k=1}^n \rho(x, a_k) \geq C$$

выполнялось при всевозможных расположениях точек  $a_k$  и окружности  $S$  на плоскости.